مجلة جامعة النهرين المجلد 14 العدد(4) كانون الأول، 2011 ص 56-66 العلوم

تحديد إحداثيات الموقع والسرعة للقمر الاصطناعي في كل من مداري القطع الناقص والزائد باستخدام طريقة نيوتن – رافسن.

محمد جعفر البيرماني* ، عبد الرحمن حسين صالح** و أنس سلمان طه**

* جامعة الكوفة ، كلية العلوم ، قسم الفيزياء.

**جامعة بغداد ، كلية العلوم ، قسم الفلك والفضاء.

الخلاصة

يتركز البحث حول أيجاد الازياج الفلكية (المقصود بالازياج الفلكية هو تعين موقع وسرعة القمر الاصطناعي وعناصره المدارية) للقمر الاصطناعي في مدار القطع الناقص بحيث تكون عناصره المدارية عند نقطة الحضيض معلومة، ولكن يجب أولا حل معادلة كبلر للقطع الناقص باستخدام طريقة نيوتن –رفسن للتقريبات العددية، وكذلك بالنسبة لمدار القطع الزائد في حالة المركبات الفضائية (الرحلات الاستكشافية) بعيدة المدى حيث يتم حل معادلة كبلر للقطع الزائد باستخدام نفس الطريقة السابقة ومن ثم يتم تحديد إحداثيات الموقع والسرعة للقمر الاصطناعي أو للمركبة الفضائية.

1. المقدمة

أن لمعادلة كبلر أهمية كبيرة في التطبيقات الفلكية والديناميك الفلكي لانها تمثل التغير الزمني للمدار وبحلها نستطيع تعيين الإحداثيات الديكارتية للموقع والسرعة في المدار عند أي لحظة زمنية، لذلك كانت هنالك عدة محاولات لحل معادلة كبلر منذ زمن كبلر نفسه ومولتن (1914) باستخدام طريقة المعاينة، واستراند (1890) عن طريق الجداول، وبوسكايجر (1901) باستخدام طريقة الرسم عندما تكون قيمة الانحراف المركزي اقل من (e = 0.1) وجميعها طرق تقريبية ومازالت على نفس النمط لحد ألان في البحث الحالي سنستخدم طريقة نيوتن_ر افسن للتقريب، وتمتاز بسهولة استخدامها، وان قيمة الانحراف المركزي المسموح بها تتراوح ما بين (e = 0 - 0.9). ولقد تم بناء برنامج حاسوبي خاص بحل معادلة كبلر للقطع الناقص ولقيم الانحراف المركزي المختلفة (e= 0.1,0.5,0.9) ومن ثم استخدام متجهات كاوس لتحويل إحداثيات الموقع والسرعة للقمر الاصطناعي من مستوي الاستواء المدار إلى مستوي الاستواء الأرضي وبعد ذلك يتم تحديد موقع وسرعة القمر الاصطناعي خلال أي لحظة زمنية في المدار ويتم ذلك من خلال معرفة العناصر المدارية لذلك القمر الصناعي لحظة مروره بنقطة الحضيض.

كما قد تم برنامج حاسوبي أخر لحل معادلة كبلر للقطع الزائد عندما تكون قيمة الانحراف المركزي ($e > 1$) ومن ثم تحدد إحداثيات الموقع والسرعة للمركبة الفضائية في المدار مع الزمن.

2. نموذج الحركة الكبلرية

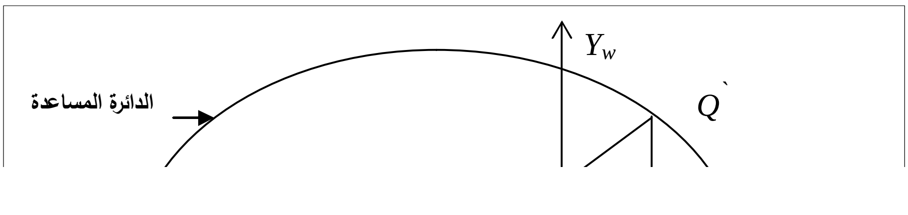
يهتم الميكانيك السماوي بمعادلة كبلر لما لها من أهمية كبيرة في دراسة حركة جسمين في الفضاء وكذلك لانها تختص بتعين موقع القمر الاصطناعي في المدار بالنسبة إلى الزمن ولقد اشتقت معادلة كبلر بطريقة غير مباشرة من قوانين كبلر الثلاثة.

وتعطى معادلة كبلر من خلال العلاقة الآتية:

$$E = M + e\sin E \quad ....(1)$$

المعادلة أعلاه تمثل معادلة كبلر وتعرف بأنها المعادلة الزمنية للحركة المدارية.

حيث أن E تمثل زاوية الانحراف الشاذ وتعرف بأنها الزاوية التي تقاس في مستوي المدار من المحور (x_w) والخط الواصل من المركز إلى النقطة التي يتواجد فيها مسقط المركبة الفضائية أو القمر الاصطناعي في الاتجاه (y_w) فوق الدائرة المساعدة كما في شكل-1-.



شكل (1) يبين موقع زاوية الانحراف الشاذ في المدار.

e تمثل الشذوذ المركزي وتعرف بأنها النسبة بين بعد المركز عن البؤرة إلى نصف المحور الكبير $a = a_e + \bar{h}$.

$$e = \frac{CS}{CA} = \frac{CS}{a}$$

$\bar{h}$ معدل ارتفاع القمر الاصطناعي عن سطح الأرض بدلالة نصف قطر الأرض $(e.r)$.و a تمثل نصف المحور الكبير بدلالة نصف قطر الأرض $(e.r)$.

M تمثل زاوية معدل الانحراف وتعرف بأنها معدل الإزاحة الزاوية لوحدة الزمن وتحسب من خلال العلاقة الآتية:

$$M = n(T - t_p) \quad ....(2)$$

حيث أن

t_p زمن مرور القمر الاصطناعي بنقطة الحضيض.

T الزمن المستغرق منذ مرور القمر الاصطناعي بنقطة الحضيض.

n تمثل معدل الحركة المدارية أو السرعة المدارية وتحسب من خلال العلاقة الآتية:

$$n = k\sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad ....(3)$$

حيث k يمثل ثابت كاوس (***Gauss Constant***) وقيمته بدلالة نصف قطر الأرض $k = 0.07436574\ (\text{e.r})^{3/2}/\text{min}$.

m ثابت جذب الأرض المركزي وقيمته (1) عندما r تقاس بوحدات $(e.r)$ وان $m = GM == 398601.2\ \text{km}^3/\text{sec}^2$.

أن معادلة كبلر على الرغم من بساطتها ألا أنه لا يوجد لها حل تحليلي، ولكن هناك حلولاً تقريبية مختلفة قد وضعت منذ عهد كبلر ومازالت على نفس النمط إلى 2003. ولقد تم استخدام طريقة نيوتن_رفسن للتقريب لحل هذه المعادلة وذلك من خلال إتباع الخطوات الآتية

أول تقريب نفرض $E_0 = M$

ثم نجد جذر الدالة $f(E) = E_{(t)} - e\sin E_{(t)} - M_{(t)}$

بعدها نجد المشتقة لهذه الدالة بالنسبة إلى (E) حيث نحصل على:

$$f'(E) = 1 - e\cos E$$

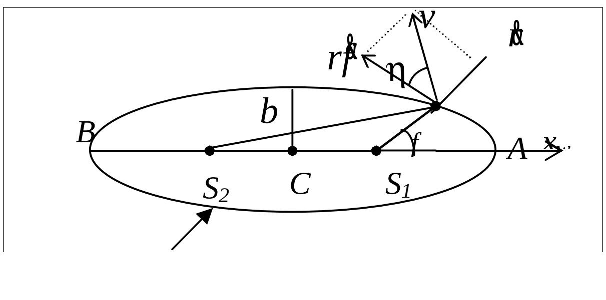
ثم نطبق قاعدة نيوتن في التقريب فتكون القيمة الجديدة لـ (E) هي:

$$E' = E - \frac{f(E)}{f'(E)}$$

ويستمر التكرار حتى تتساوى قيمة الدالة (f) مع قيمة تقترب من الصفر أي أن ($E' = E$) وبذلك نحصل على قيمة الشذوذ عند الزمن (T) وفيه يمكن الحصول على قيم مركبات الموضع والسرعة كما مبين في الفقرة التالية.

3. تحديد إحداثيات الموقع والسرعة للقمر الاصطناعي في مدار القطع الناقص

أن مدار القطع الناقص هو مدار مغلق يحتوي على بؤرتين تحتل إحداهما الأرض والأخرى فارغة .شكل–2– يبين الشكل الهندسي لمدار القطع الناقص.



شكل (2) يبين مدار القطع الناقص.

تم بناء برنامج حاسوبي لحساب تغير كل من الإحداثيات الديكارتية لموقع وسرعة القمر الاصطناعي مع الزمن في المدار من معرفة العناصر المدارية للقمر الاصطناعي عند نقطة الحضيض. وأن الخوارزمية التي يتم فيها عمل البرنامج تكون النحو الأتي:

1. يتم في البدء إدخال قيم العناصر المدارية للقمر الاصطناعي عند نقطة الحضيض، ومثال على ذلك الجدول رقم (1).

جدول (1)

قيم العناصر المدارية للقمر الاصطناعي.

العناصر المدارية	قيم العناصر المدارية للقطع الناقص	قيم العناصر المدارية للقطع الزائد
t_p	$23^d\ 16^h\ 1^{min}\ 5^{sec}$	$23^d\ 16^h\ 1^{min}\ 5^{sec}$
T	$22^d\ 2^h\ 15^{min}$	$22^d\ 2^h\ 15^{min}$
a	1.5 e.r	4 e.r
ω	60°	60°
Ω	45°	45°
i	30°	30°
e	0.1	1.4

2. يتم بعد ذلك تحويل إحداثيات موقع القمر الاصطناعي من مستوي مداره إلى مستوي الاستواء الأرضي باستخدام متجهات كاوس المعروفة بمصفوفة التحويل ويتم هذا التحويل من خلال ثلاث زوايا دورانية تعرف بزوايا اويلر (i, Ω, w) وعناصر المصفوفة تكون على النحو الآتي:

$$[R] = \begin{bmatrix} P_x & Q_x & W_x \\ P_y & Q_y & W_y \\ P_z & Q_z & W_z \end{bmatrix} \quad ....(4)$$

$$P_x = \cos\omega\cos\Omega - \sin\omega\sin\Omega\cos i$$
$$P_y = \cos\omega\sin\Omega + \sin\omega\cos\Omega\cos i$$
$$P_z = \sin\omega\sin i$$

$$Q_x = -\sin\omega\cos\Omega - \cos\omega\sin\Omega\cos i$$
$$Q_y = -\sin\omega\sin\Omega + \cos\omega\cos\Omega\cos i$$
$$Q_z = \cos\omega\sin i$$

$$W_x = \sin\Omega\sin i$$
$$W_y = -\cos\Omega\sin i$$
$$W_z = \cos i$$

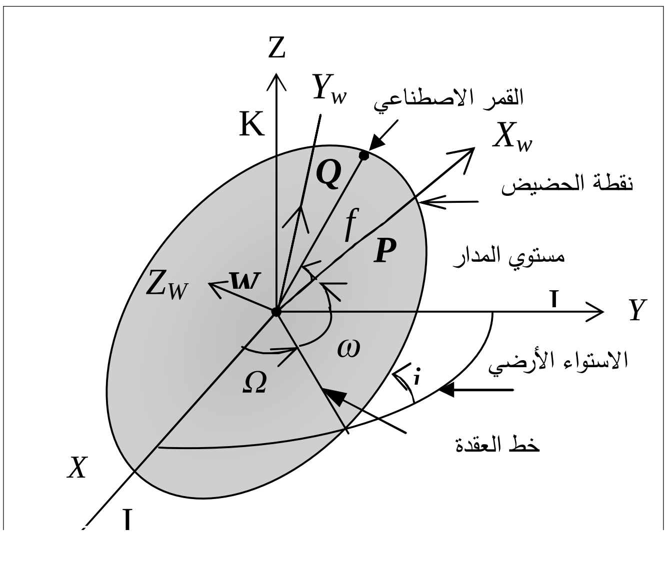
حيث أن

i :- تمثل ميل المدار (***Inclination of Orbit***) وتعرف بأنها زاوية ميل مستوي المدار للقمر الاصطناعي في الفضاء عن دائرة الاستواء الأرضي.

Ω :-خط طول العقدة الصاعدة (***Longitude of Ascending node***) وتقاس باتجاه معاكس لعقارب الساعة على دائرة الاستواء الأرضي من اتجاه نقطة الاعتدال الربيعي الى نقطة تقاطع مدار القمر الاصطناعي مع دائرة الاستواء الأرضي وقيمتها محصورة بين $(0^o \leq \Omega \leq 360^o)$.

ω :-تمثل دالة مثابة الحضيض (***Argument of perigee***)وتعرف بأنها الإزاحة الزاوية من العقدة الصاعدة الى الخط الواصل بين مركز الأرض ونقطة الحضيض وتقاس على مستوي المدار باتجاه الحركة وتكون قيمتها محصورة بين $(0^o \leq \omega \leq 360^o)$.

أن الزوايا الثلاث في أعلاه تعين اتجاه مستوي المدار في الفضاء وهذه الزوايا الثلاث تعرف بزوايا اويلر (***Euler Angles***) كما موضحة في الشكل رقم (3).



شكل (3) يبين زوايا اويلر الثلاث.

3.بعد ذلك يتم حساب معدل الحركة المدارية (n) من خلال العلاقة رقم (3).

4يتم حساب كل من زاوية معدل الانحراف وزاوية الانحراف الشاذ من خلال العلاقتين رقم (1)و(2).

5.من معرفة قيمة زاوية الانحراف الشاذ (E) لأية لحظة زمنية يتم حساب كل من الموقع والسرعة للقمر الاصطناعي وذلك من خلال المعادلات في أدناه:

$$r_w = a(1 - e\cos E)$$
$$x_w = a(\cos E - e) \qquad \text{..................................(5)}$$
$$y_w = a\sqrt{1-e^2}\,\sin E$$

أن الإحداثيات في أعلاه تمثل إحداثيات الموقع للقمر الاصطناعي في مداره.

أما إحداثيات السرعة للقمر الاصطناعي في مداره فتحسب من المعادلات أدناه:

$$\dot{r}_w = \frac{\sqrt{\mu a}}{r} e \sin E$$
$$\dot{x}_w = -\frac{\sqrt{\mu a}}{r}\sin E \qquad \text{..............................(6)}$$
$$\dot{y}_w = \frac{\sqrt{\mu a\left(1-e^2\right)}}{r}\cos E$$

ثم بعد ذلك يتم تحويل الإحداثيات من المستوي المدار إلى المستوي المرجعي (نسبة إلى مركز الأرض) بضرب المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (5) حيث نحصل على العلاقة آلاتية:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & Q_x & W_x \\ P_y & Q_y & W_y \\ P_z & Q_z & W_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} \text{ ....(7)}$$

وتكون ($z_w = 0$) لان الحركة دائما في المستوي ($x_w y_w$) على افتراض أن الحركة كبلرية. ومن الممكن أيجاد بعد القمر الاصطناعي عن مركز الأرض باستخدام المعادلة الآتية:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \text{ ....(8)}$$

ثم يتم أيجاد بعد ذلك إحداثيات سرعة القمر في مستوي المدار بضرب المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (6) حيث نحصل على العلاقة الآتية:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & Q_x & W_x \\ P_y & Q_y & W_y \\ P_z & Q_z & W_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{z}_w \end{bmatrix} \text{ ....(9)}$$

وتكون ($\dot{z}_w = 0$) لان الحركة دائما في المستوي ($x_w y_w$) على افتراض أن الحركة كبلرية.

فيكون معدل السرعة هو:

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \text{ ....(10)}$$

أو باستخدام قانون السرعة المدارية للقطع الناقص وهي:

$$v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \text{ ....(11)}$$

6.حساب زاوية الانحراف الحقيقي (f) حيث تعرف بأنها الزاوية المحصورة بين اتجاه نقطة الحضيض واتجاه موقع القمر الاصطناعي من نقطة البؤرة كما موضحة في الشكل رقم (2) وتتغير هذه الزاوية من (0° -360°) ويرمز لها بالرمز (f) وأن معادلة زاوية الانحراف الحقيقي تعتمد على زاوية الانحراف الشاذ (E) وتعطى بالعلاقة الآتية :

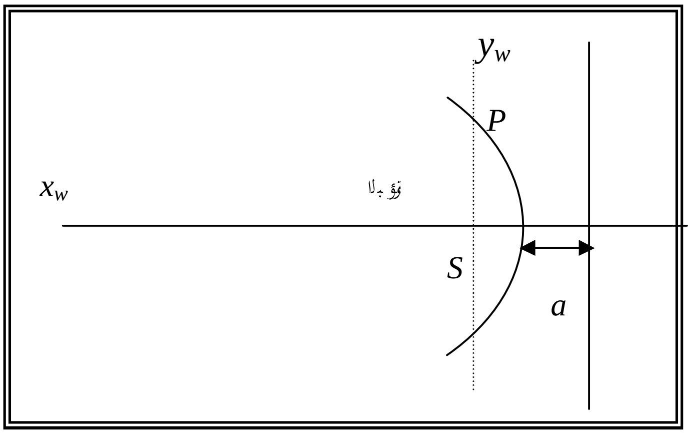
$$\tan\left(\frac{f}{2}\right) = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2} \tan\frac{E}{2} \text{ ....(12)}$$

7حساب زاوية مسار الطيران (Flight path angle) للقمر الاصطناعي حيث يرمز له بالرمز (η) وتعرف بأنها الزاوية المحصورة بين السرعة (v) ومركبتها ($r\dot{f}$) (في حالة المسار الدائري والقطع الناقص) كما مبينة في الشكل رقم (2)، حيث أن معادلة زاوية مسار الطيران (η) من الممكن الحصول عليها من خلال العلاقة الآتية:

$$\eta = \tan^{-1}\left(\frac{e\sin f}{1+e\cos f}\right) \text{ ....(13)}$$

4- تحديد إحداثيات الموقع والسرعة للقمر الاصطناعي في مدار القطع الزائد:-

وهو مدار مفتوح يستخدم في مدارات الرحلات الفضائية الى خارج المجموعة الشمسية وكذلك في مدارات النيازك والمذنبات ذات الشذوذ المركزي ($e > 1$). ويحتوي على بؤرتين (S, S' كما في الشكل رقم -4-، البؤرة المشغولة بمركز الجاذبية (S) والأخرى فأرغه.



شكل (4) يبين مدار القطع الزائد.

$$n = k\sqrt{\mu/(-a)^{3/2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

3.ثم يتم بعد ذلك حساب زاوية معدل الانحراف (M) من خلال العلاقة رقم -2- .

4.يتم حساب زاوية الانحراف الشاذ (E) باستخدام معادلة كبلر للقطع الزائد حيث تعطى على النحو الأتي:

$$M = e\,sinh\,E - E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

حيث أن

$$sinh\,E = \frac{1}{2}\left(e^{E} - e^{-E}\right)$$

وهذه المعادلة يمكن حلها باستخدام طريقة نيوتن-رفسن للتقريب وبإتباع الخطوات المذكورة في القطع الناقص نفسها.

ويمكن استخدام الحل الأتي:

فإذا كانت قيمة زاوية معدل الانحراف (M) اكبر من الصفر فيتم حساب قيمة زاوية الانحراف الشاذ (E) من المعادلة الآتية:

$$E = ln(1.8 + 2\mu/e)$$

أما إذا كانت قيمة زاوية معدل الانحراف (M) اصغر من الصفر فيتم حساب زاوية الانحراف الشاذ (E) من المعادلة الآتية:

$$E = -\,ln(1.8 - 2\mu/e)$$

5.من معرفة قيمة زاوية الانحراف الشاذ للقطع الزائد يتم حساب كل من الموقع والسرعة للقمر الاصطناعي في مدار القطع الزائد وذلك من خلال المعادلات في أدناه:

$$x''_w = a(cosh\,E - e)$$
$$y''_w = -a\sqrt{e^2 - 1}\,sinh\,E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

ويحسب البعد المركزي (r) للقطع الزائد فيتم من خلال العلاقة الآتية:

$$r_w = a(1 - e\,cosh\,E)$$

وتحسب إحداثيات السرعة للقمر الاصطناعي في مدار القطع الزائد فهي:

$$\dot{x}''_w = -\sqrt{\frac{\mu}{a}} \cdot \frac{sinh\,E}{e\,cosh\,E - 1}$$
$$\dot{y}''_w = \sqrt{\frac{\mu(e^2 - 1)}{|a|}} \cdot \frac{cosh\,E}{e\,cosh\,E - 1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(17)$$

6. ثم يتم بعد ذلك تحويل الإحداثيات المدارية إلى الإحداثيات الاستوائية بنفس طريقة القطع الناقص (المعادلات من 7 إلى 11).

7.يتم بعد ذلك حساب زاوية الانحراف الحقيقي (f) حيث تعطى من خلال العلاقة الآتية:

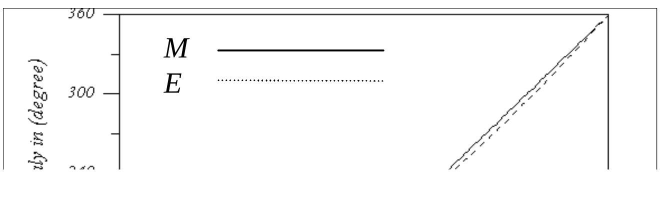
$$tan\left(\frac{f}{2}\right) = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2} tanh\frac{E}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(18)$$

8.تحسب زاوية مسار الطيران (Flight path angle) للقمر الاصطناعي في مدار القطع الزائد من خلال العلاقة الآتية:

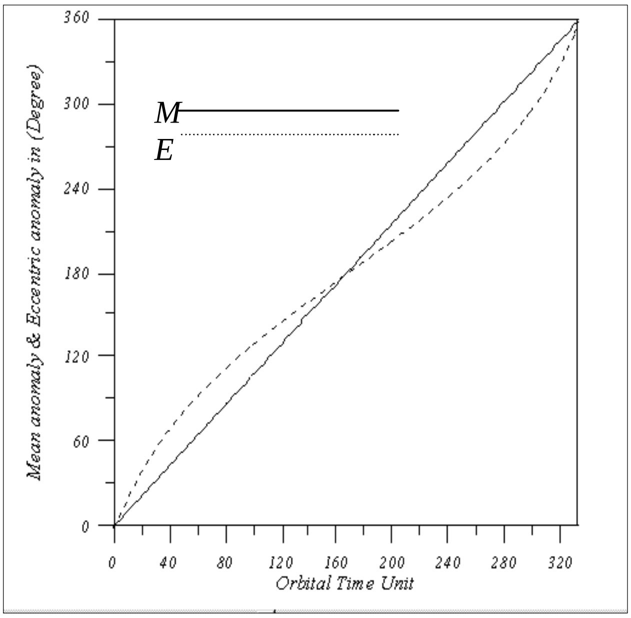
$$tan\,h = \frac{e\,sin\,shE}{\sqrt{1-e^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

5- النتائج والاستنتاجات

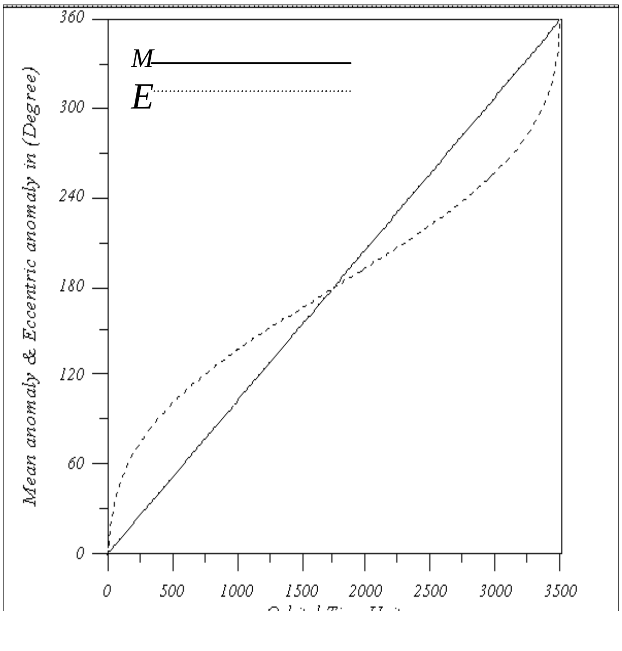
1- لقد تم اختيار ثلاث قيم مختلفة للشذوذ المركزي ($e = 0.1, 0.5, 0.9$) ونصف المحور الكبير ($a = 1.5, 2.5, 12$ e.r) وملاحظة التغيرات التي تحدث على كل من زاويتي معدل الانحراف والانحراف الشاذ (M, E) على التوالي مع الزمن، باستخدام المعادلات (1)،(2)،(3) حيث نحصل على الأشكال الثلاثة في أدناه (5)،(6)،(7).



شكل (5) يبين تغير كل من زاوية معدل الانحراف وزاوية الانحراف الشاذ مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e = 0.1, a=1.5 e.r).



شكل (6) يبين تغير كل من زاوية معدل الانحراف وزاوية الانحراف الشاذ مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e =0.5, a=2.5 e.r).



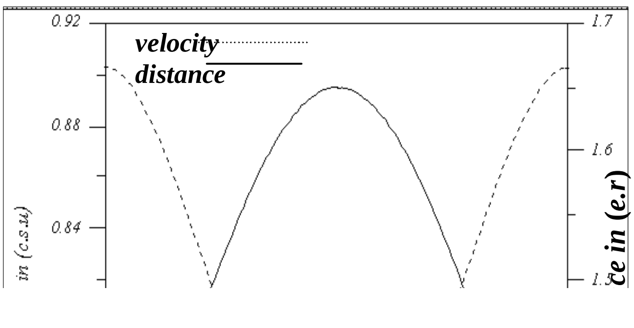
شكل (7) يبين تغير كل من زاوية معدل الانحراف وزاوية الانحراف الشاذ مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e= 0.9, a=12 e.r).

يلاحظ من الأشكال الثلاثة (5)،(6)،(7) أن قيم كل من (E,M) الممثلة بالمحور الصادي تقاس بالدرجات تتغير مع الزمن الممثل بالمحور السيني المقاس بوحدات الدورة المدارية (*Orbital Time Unit*) وأن قيم كل من (E,M) تكون في بداية دورة المدار متطابقة $(E,M = 0°)$ ومع الزمن تبتعد قيمة زاوية الانحراف الشاذ (E) عن قيمة زاوية معدل الانحراف (M) الذي يكون بشكل خط مستقيم، ثم تعود كلا القيمتين للتساوي مع بعضهما في منتصف الدورة المدارية إذ أن قيمة كل منهما $(E = M = 180°)$، وبعد ذلك تبدأ مرة أخرى (E) بالابتعاد عن (M) ثم تتساوى كلا القيمتين مرة أخرى في نهاية الدورة المدارية بحيث تصبح قيمة كل منهما $(E = M = 360°)$ بعد مرور زمن دورة واحدة.

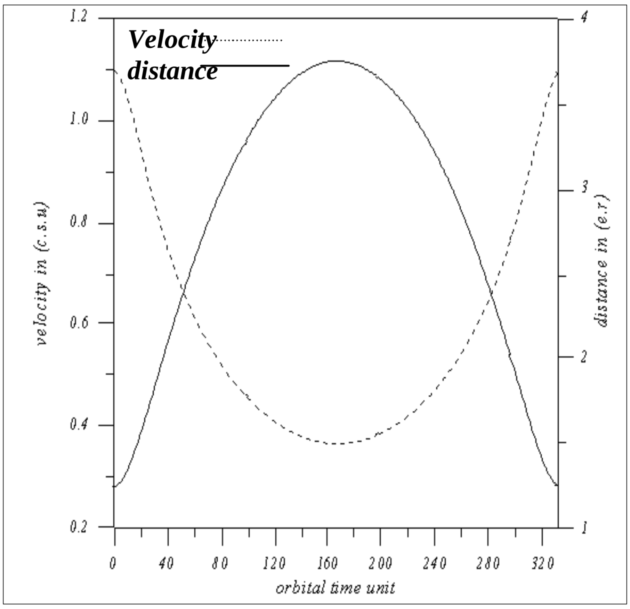
ويلاحظ أن زمن الدورة يزداد بزيادة نصف قطر وذلك لان السرعة الزاوية (h) للمدار تقل وفق العلاقة رقم (2) وحيث زمن الدورة يمثل $(T_p = 360/n)$ لذلك يزداد.

كذلك يلاحظ انه كلما أقترب شكل المدار من الدائري فأن قيمة كل من(E,M) تكون متقاربة من بعضهما بشكل كبير وهذا يعني أن زاوية الانحراف الشاذ تساوي زاوية معدل الانحراف $(E = M)$ للمسار الدائري وعند اقتراب شكل المدار من القطع المكافئ فأن قيمة كل من (E,M) تكون أكثر تباعداً .

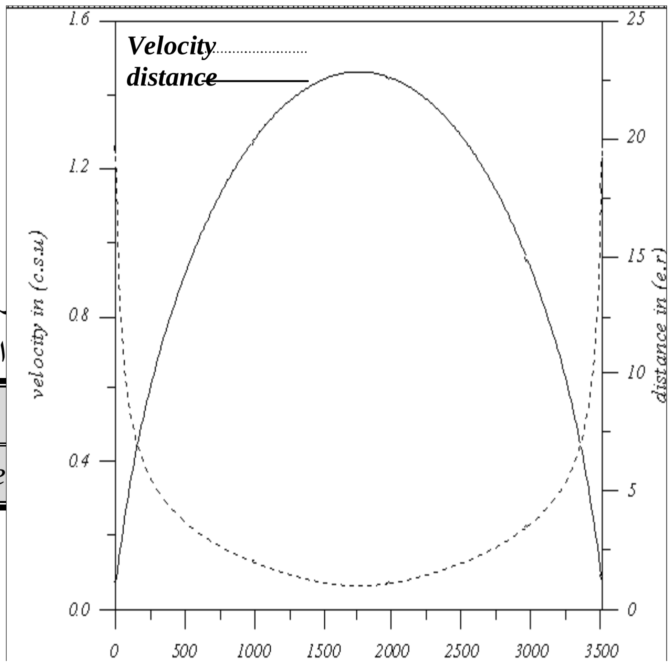
2-وقد تم حساب كل من السرعة والمسافة للقمر الاصطناعي في مدار القطع الناقص ولقيم الانحراف المركزي المختلفة وباستخدام المعادلات (1)،(2)،(3)،(5)،(6)،(7)،(8)،(9)،(10) حيث نحصل على الأشكال في أدناه.



شكل (8) يبين تغير كل من السرعة والمسافة للقمر الاصطناعي مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e = 0.1).



شكل (9) يبين تغير كل من السرعة والمسافة للقمر الاصطناعي مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e = 0.5).



شكل (10) يبين تغير كل من السرعة والمسافة للقمر الاصطناعي مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e = 0.9).

حيث نلاحظ من الأشكال (8)،(9)،(10) أن المحور الصادي يمثل تغير المسافة بدلالة نصف قطر الأرض ($e.r$) وسرعة القمر الاصطناعي بدلالة وحدة السرعة المدارية ($c.s.u$) والمحور السيني يمثل زمن دورة واحدة بوحدة الزمن المداري ($OrbitalTimeUnit$)، وقد تم حساب تغير كل من السرعة والمسافة مع الزمن ولقيم الانحراف المركزي ونصف المحور الكبير الثلاث. والجدول في أدناه يبين قيم كل من السرعة والمسافة بوحدات ($c.s.u$) و($e.r$) على التوالي عندما يكون موقع القمر الاصطناعي في نقطتي الحضيض والأوج ولقيم الانحراف المركزي ونصف المحور الكبير الثلاث.

ل رقم (2)

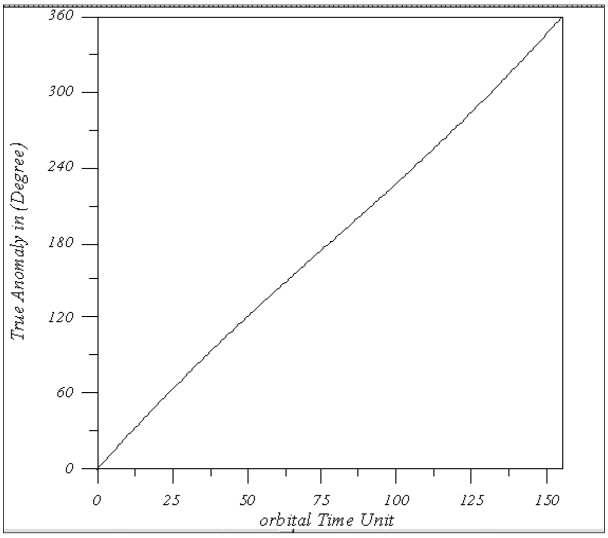
الاصطناعي في نقطتي الأوج والحضيض.

قيم نصف المحور الكبير	قيم الانحراف المركزي	
		$r_{max}(e$

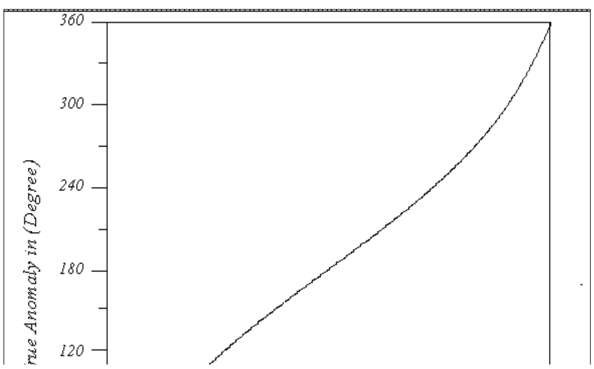
a =1.5 $e.r$	e = 0.1	1.65	0.7385	1.35	0.9026
a =2.5 $e.r$	e = 0.5	3.75	0.3651	1.25	1.0954
a =12 $e.r$	e = 0.9	22.8	0.0662	1.20	1.2583

حيث يلاحظ من الأشكال الثلاثة والجدول رقم (2) بأنه عندما يكون موقع القمر الاصطناعي في نقطة الحضيض فأن قيمة سرعة القمر الاصطناعي تكون اكبر ما يمكن والبعد عن مركز الأرض هي أقل ما يمكن، وعندما يكون موقع القمر الاصطناعي في نقطة الاوج فأن الحالة تنعكس. ويلاحظ من الأشكال أيضا بأنه عندما تكون قيمة الانحراف المركزي (e) كبيره فأن السرعة تكون مستقره على مدى كبير من المسار ولكن تزداد بسرعة عالية ومفاجئة عند الحضيض وهذا ما يلاحظ في مسار المذنبات حول الشمس.

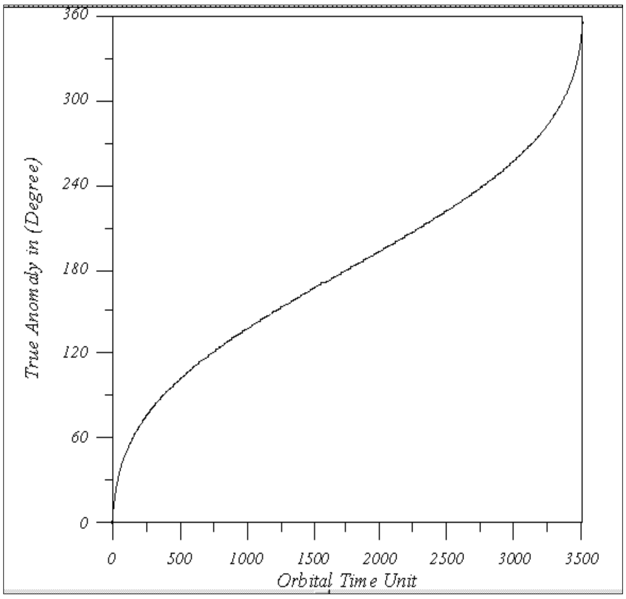
3- ولقد تم حساب تغير زاوية الانحراف الحقيقي (f) مع الزمن لمدار القطع الناقص ولقيم الانحراف المركزي المختلفة من المعادلات (1)،(2)،(3)،(12) حيث نحصل على الأشكال (11)،(12)،(13).



شكل (11) يبين تغير زاوية الانحراف الحقيقي مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e = 0.1).



شكل (12) يبين تغير زاوية الانحراف الحقيقي مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e = 0.5).

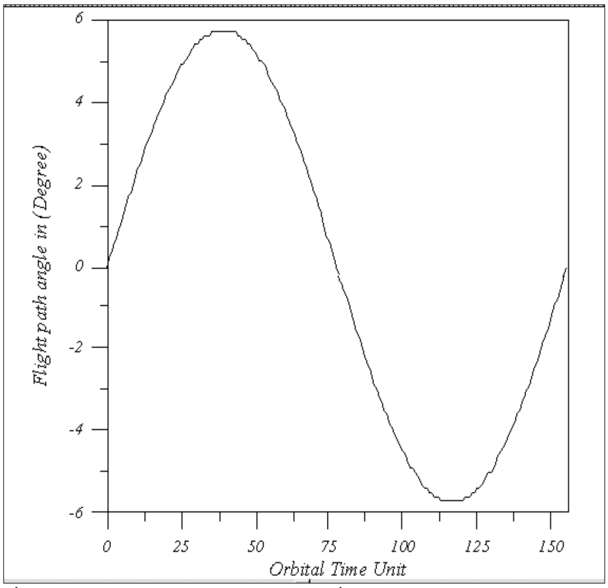


شكل -13- يبين تغير زاوية الانحراف الحقيقي مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e = 0.9).

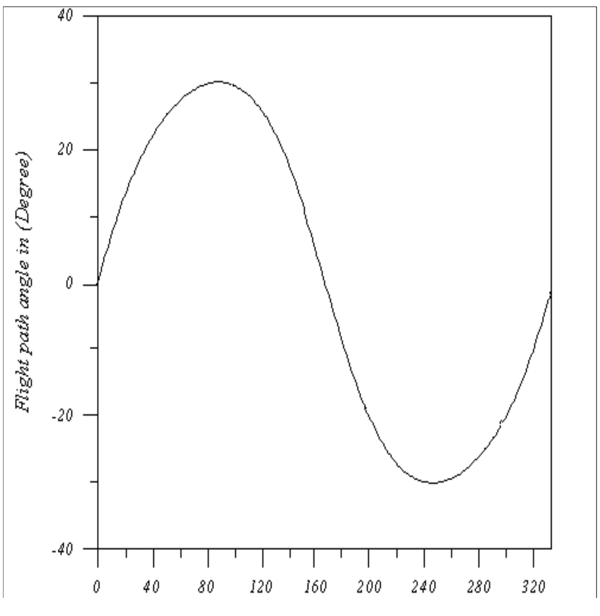
يلاحظ من الأشكال الثلاثة في أعلاه أن المحور الصادي يمثل تغير زاوية الانحراف الحقيقي (f) بالدرجات والمحور السيني يمثل تغير الزمن بوحدات الزمن المداري، وعندما يكون موقع القمر الاصطناعي عند نقطة الحضيض فأن قيمة زاوية الانحراف الحقيقي تساوي صفراً ($f = 0^{o}$) وبعد مرور فترة زمنية حيث يصبح موقع القمر الاصطناعي في نقطة الأوج فأن قيمة زاوية الانحراف الحقيقي ($f = 180^{o}$) وهي تساوي زاوية معدل الانحراف باللحظة

نفسها وهي متساوية لجميع المدارات المختلفة بقيمة الانحراف المركزي (e) وبعد ذلك تستمر الفترة الزمنية بالزيادة حتى يكمل القمر دورة واحدة حيث تكون قيمة زاوية الانحراف الحقيقي ($f = 360^o$) ونستنتج من الأشكال الثلاثة انه كلما اقتربت قيمة الانحراف المركزي من الصفر ($e \approx 0$) (شكل المدار يقترب من الشكل الدائري) فأن قيم زاوية الانحراف الحقيقي تكون متباعدة، وكلما ابتعدت عن الصفر واقتربت من الواحد ($e \approx 1$) (شكل المدار يقترب من شكل القطع المكافئ) فأن قيم زاوية الانحراف الحقيقي تكون أكثر تقاربا.

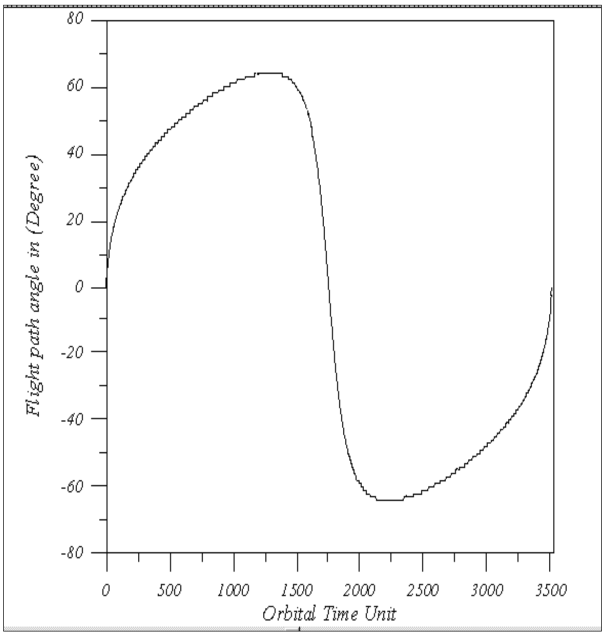
4- وقد تم رسم معادلة زاوية مسار الطيران (η) في مسار القطع الناقص ولقيم الانحراف المركزي المختلفة وباستخدام كل من المعادلات (1)،(2)،(3)،(13) كما في الأشكال (14)،(15)،(16).



شكل (14) يبين تغير زاوية مسار الطيران مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e = 0.1).



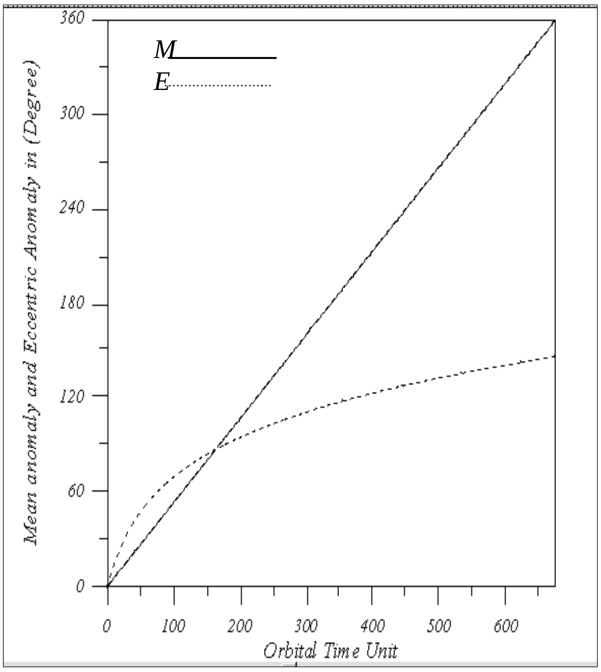
شكل (15) يبين تغير زاوية مسار الطيران مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e = 0.5).



شكل (16) يبين تغير زاوية مسار الطيران مع الزمن ولقيمة الانحراف المركزي (e = 0.9).

حيث يلاحظ من الأشكال الثلاثة بأنه عندما يكون موقع القمر الاصطناعي في نقطة الحضيض ($f = 0^o$) فأن قيمة زاوية مسار الطيران تساوي صفراً ($h = 0^o$) وبعد مرور فترة زمنية فأن زاوية مسار الطيران سوف تبدأ بالزيادة حتى تصل إلى أعلى قيمة لها، وعندما يكون موقع القمر الاصطناعي في نقطة الاوج ($f = 180^o$) فأن قيمة زاوية مسار الطيران تكون أيضا مساوية الى الصفر وبعد ذلك تستمر زاوية مسار الطيران بالنقصان حتى تصل الى أوطأ قيمة لها ومن ثم تبدأ مرة أخرى بالزيادة حتى ترجع الى نقطة الصفر في نهاية الدورة المدارية. ويلاحظ أيضا انه كلما اقتربت قيمة الانحراف المركزي من الصفر ($e \approx 0$) (شكل المدار يقترب من الشكل الدائري) فأن قيم زاوية مسار الطيران تكون متباعدة، وكلما ابتعدت قيمة الانحراف المركزي عن الصفر واقتربت من الواحد ($e \approx 1$) (شكل المدار يقترب من شكل القطع المكافئ) فأن قيم زاوية مسار الطيران تكون أكثر تقاربا.

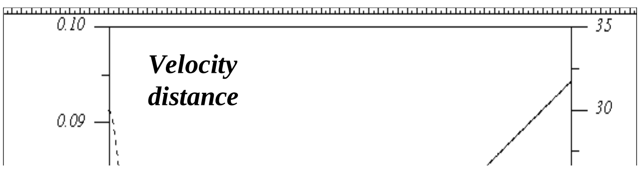
5- تم حساب كل من زاوية معدل الانحراف وزاوية الانحراف الشاذ للقطع الزائد مع الزمن، باستخدام المعادلات (14)،(2)،(15) حيث نحصل على الشكل (17).



شكل (17) يبين تغير كل من زاوية معدل الانحراف وزاوية الانحراف الشاذ في مدار القطع الزائد مع الزمن.

يلاحظ من الشكل رقم (17) أن تغير كل من زاوية معدل الانحراف وزاوية الانحراف الشاذ ممثلة على المحور الصادي وبالدرجات أما المحور السيني فيمثل الزمن بوحدة الزمن المداري ويلاحظ من الشكل أنه في بداية الدورة المدارية تكون قيمة كل من $(E, M = 0)$ حيث يكون موقع القمر الاصطناعي في نقطة الحضيض، وبعد مرور فترة زمنية معينة تبتعد قيمة زاوية الانحراف الشاذ عن زاوية معدل الانحراف حيث يكون على شكل خط مستقيم ثم ترجع القيمتان الى التساوي مع بعضهما حيث تكون قيمة كل منهما $(E, M = 87°)$ وبعد ذلك تبدأ مرة أخرى قيمة (E) بالابتعاد عن (M) إلى أن يصل الزمن قيمة (675) زمن وحدة مدارية فتكون قيمة كل من $(M = 145.5°$ ، $E = 360°)$.

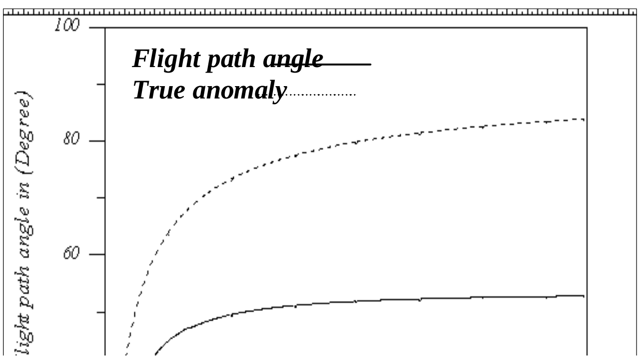
6-تم حساب كل من السرعة والمسافة للقمر الاصطناعي في مدار القطع الزائد باستخدام المعادلات (14)،(2)،(15)،(18)،(19) حيث نحصل على الشكل (18).



شكل (18)يبين تغير كل من السر عة والمسافة للقمر الاصطناعي في مدار القطع الزائد مع الزمن.

يلاحظ من الشكل أعلاه أن المحور السيني يمثل الزمن بوحدة الزمن المداري والمحور الصادي يمثل تغير كل من السرعة والمسافة بوحدات $(c.s.u),(e.r)$ على التوالي، وبذلك نستنتج من الشكل (18)بأنه في بداية الدور ة المدارية وعندما يكون موقع القمر الاصطناعي في نقطة الحضيض ($f = 0°$) فان سرعة القمر الاصطناعي تكون أعلى ما يمكن وقيمتها هي ($v_{max} = 0.091$ c.s.u) والمسافة هي أقل ما يمكن وقيمتها ($r_{min} = 1.6$ e.r) وبعد مرور فترة زمنية تبدأ قيمة كل من السرعة بالتناقص والمسافة بالازدياد بشكل تدريجي مع الزمن حتى يصل الزمن الى ($T = 675$ Orbital Time Unit) حيث تكون قيمة كل من السرعة والمسافة هي ($v_{min} = 0.0416$ c.s.u)و($r_{max} = 31.7$ e.r) على التوالي.

7- تم حساب كل من زاوية الانحراف الحقيقي وزاوية مسار الطيران للقطع الزائد باستخدام العلاقات (14)،(2)،(15)،(20)،(21) لحساب زاوية مسار الطيران.



شكل (19) يبين تغير كل من زاوية مسار الطيران وزاوية الانحراف الحقيقي في مدار القطع الزائد مع الزمن.

يلاحظ من الشكل (19)تغير كل من ز اوية الانحراف الحقيقي وزاوية مسار الطيران (f, η) على التوالي في حالة مدار القطع الزائد مع الزمن. حيث أن المحور السيني يمثل الزمن بوحدة الزمن المداري أما المحور الصادي فيمثل تغير كل من زاوية الانحراف الحقيقي وزاوية مسار الطيران بالدرجات.

ويلاحظ أيضا بأنه في بداية الدورة المدارية وعندما يكون موقع القمر الاصطناعي في نقطة الحضيض فان قيمة زاوية الانحراف الحقيقي وزاوية مسار الطيران تكون متطابقتين حيث $(f = h = 0°)$ (أي أن موقع القمر الاصطناعي في نقطة الحضيض)، ثم بعد مرور فترة زمنية من ابتعاد القمر الاصطناعي عن نقطة الحضيض تزداد قيمة زاوية الانحراف الحقيقي وزاوية مسار الطيران بشكل تدريجي مع الزمن وتبتعد إحداهما عن الأخرى حتى يصل الزمن إلى (675 *Orbital* $T =$ *time unit*) حيث تكون قيمة كل من زاوية الانحراف الحقيقي وزاوية مسار الطيران $(f = 52.56°)$ و $(h = 83.66°)$ علـى التوالي.

References

[1] Roy, A.E., "Orbital Motion", Adam Hilgr Ltd., Bristol, 1998, pp.70-88

[2] A. chbotov, V., "Orbital Mechanics", American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. Washington, DC. USA, 1996, pp.35-39.

[3] Odell, A. W. and Gooding, R.H., 1986, "Procedure for solving Kepler's Equation ", Celestial Mechanic, Vol. 38, 1986, pp.307-334.

[4] Montenbruck, Oli., "The Application of power series to orbit Computation and determination of Geostationary Satellite", Mission Analysis Section, 8031 Oberpfaffenhoen, Germany, 1989, pp.529-543.

[5] Elipe, A., "Frozen Orbits in the Tesseral Artificial Satellite Theory ", University Of Zaragoza, proc. Of the 12th Int. Sump., Space Flight Dynamics, ESOC, Darmdtat, Germany, 1997, pp.397-402.

Abstract

The present work determination astronomical ephemeris for satellites (determination position and velocity of satellite and orbital elements) in elliptical orbit where orbital elements in perigee point were known, therefore kepler's equation for elliptical orbit was solved by using Newton-Rephson method for numerical approximation.

For the hyperbola orbit which represent orbit of shuttle (discovery join) far rang where solve kepler equation for hyperbola by use the same method pervious and then determination the coordinates of position and velocity for satellite or shuttle and the required programs are designing.

Keyword: satellite orbit determination, elliptical orbit, hyperbola orbit.