المقدرات المثلى لمعلمات التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي باعتماد المحاكاة

صادق مولى جعفر
قسم علوم الحياة ، كلية العلوم ، جامعة بغداد.

الخلاصة

ان التوزيعات الاحصائية امتلكت ولا تزال تمتلك الاهميه المتزايد ة من خلال الامكانيات التطبيقيه وتنوع التوزيعات التي يمكن ان تمتلكها ولعل التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي (log-normal distribution) يمتلك الاهميةِ الواسعة كونه يرتبط بواحد من اهم التوزيعات الاحصائيةِ وهو التوزيع الطبيعي (normal distribution) ويتميز التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي بامكانية تمثيله للعديد من التجارب خاصة في المجالات الهندسيه والفيزيائيه والزراعيةِ[6].

ونتيجة لذلك جاءتْ هذه الدارسة في محاولة ايجاد طريقة التقدير الافضل (best estimation method) لمعلمات التوزيع المفترض من خلال اجراء عمليات المحاكاة للتوزيع المفترض ولاحجام عينات مختلفة ومعلمات متغاير ة وبتكرارات كافيةِ لغرض الوصول الى الاستقرار في الاختيار لطريقة التقدير الافضل.

وتم في هذه الدراس ة اختيار اربعة طرق للتقدير وهي {طريقة الامكان الاعظم (MLE)، طريقة العزوم (MOM)، جكنايف بالاعتماد على مقدر الامكان الاعظم (JaMLE) و جكنايف بالاعتماد على طرقة العزوم (JaMOM) وتطبيقها على بيانات الدراسة وقد اظهرت النتائج قدرة طرق التقدير المختلفة على الوصول الى مقدرات قريبـة الى معلمات التوزيع المفترض كما بينت النتائج امتلاك طريقة التقدير (JaMLE) الارجحيه الاكبر وبنسبة (48) بالمةِ بالنسبه للمعلمة الاولى (μ) في حين كانت النتائج للمعلمه الثانيةِ (σ) ولنفس الطريقه هي الاكبر وبما نسبته (63) بالمةِ وهذا ما يعكس الاستقراريةِ العاليةِ لهذه الطريقةِ في تقديم مقدرات تتميز كونها اقرب ما تكون الى معلمات التوزيع الحقيقيةِ.

ويمكن استخدام طرق تقدير اخرى مثل بيز (Bayes) وشرنكيج (Shrinkage) للمقارنة كما ويمكن استخدام حجوم عينات اخرى واقيام معلمات اضافيةِ لغرض المقارنة واستخراج الاسلوب الافضل.

الكلمات المفتاحية: التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي، طريقة ألامكان ألاعظم، طريقة جكنايف، المحاكاة.

1-مقدمة عامة (Generalintroduction)[2,3,7,11]

من التوزيعات الاحصائية المهمة التي مازال الاهتمام منصبا حولها هو التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي (lognormaldistribution) حيث تتميز التجارب التي تسلك فيها متغيرات هذا التوزيع بالتنوع والحداثه خاصة في العديد من المجالات منها (المجالات الهندسية والفيزيائية والزراعية). وفي هذا المجال جرت العديد من الدراسات التي لها علاقة بالتوزيع قيد الدراسة اهمها:

الدراس ة التي قام بها كل من [8] (T.G. Orton and R.M.Lark) في عام (2008) والتي تضمنت دراسة وتقديم الاسلوب البيزي (Bayesian) لمتغير الدراسة والذي يسلك توزيع اللوغاريتم الطبيعي ، وذلك تمهيدا للقيام بعمليات التقدير للمعلمات الخاصه بالتوزيع المفترض مع بيان مدى تاثر المقدرات الناتج ة من هذا الاسلوب بمدى امتلاك او عدم امتلاك التوزيع المفترض خاصية كونه (skew) حيث يمكن اعتماد اسلوب التحويل المباشر (direct transformation) على البيانات قبل التطبيق لغرض توفر الشروط الخاصة بعملية التقدير (estimation process) وقد تضمنت الدراسه تطبيق اسلوب التحويل غير المباشر(indirect transformation) وذلك باعتماد البيانات الصريحة بدون تحويل مع تقديم اسلوب التقدير بعد تضمين التحويلات الخاصة به داخل العزوم الاحصائي ة (statistical moment) قبل القيام بعمليات التقدير وذلك لتحقيق الشروط الخاص ة باسلوب التقدير.

وقد اظهرت الدراسة قدرة هذا الاسلوب على تقديم مقدرات معلمات تمتلك متوسط مربعات خطا

(mean square error) قليل بالمقارنة مع اسلوب التقدير باعتماد التحويل المباشر.

اما العام (2010) فقد شهد قيام كل من (Sarabjot singh) واخرين بدراس ة تضمنت التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي مع تطوير الحسابات الخاصة بالدال ة المميزة (characteristic function) للتوزيع المفترض مع تطوير اسلوب الاحتساب لغرض التطبيق على مجموعة البيانات المفترضه مع المقارنة ولنفس الاسلوب على التوزيع الطبيعي من اجل تبيان الفرق بين الاسلوبين وقد خلصت الدراسة الى امكانية الاسلوب المستخدم على تقديم مقدرات تتميز بالكفائه خاصة مع اعتماد طريقة العزوم (moment method) في عملية التقدير,وكذلك بنفس العام قام كل من (C.Tellambura and D.Senaratue) بدراسة تضمنت القيام بالحسابات الخاصة بتقدير معلمات توزيع اللوغاريتم الطبيعي مع تطبيقاته في مجال الاتصالات اللاسلكية (wireless communications). وقد تضمنت الدراسة تطوير الحسابات الخاصة بطريقة الدالة المولده للعزوم (moment generating function) والدال ة المميز ة (characteristic function) للتوافق مع الاشارات التي يمكن ان تقدمها الاشارات للاتصالات اللاسلكية (متغير الدراسة المفترض) والتي يمكن ان تسلك سلوك توزيع اللوغاريتم الطبيعي ، وقد خلصت الدراسة الى قدرت الاسلوب المفترض في الحساب على التعامل مع متغير الدراسة وتكييفه ليتوافق مع الطرق والاساليب المعتمدة في عملية التقدير لمعلمات التوزيع المفترض ، وقام كل من (Chadi Abou-Rjeily) واخرين (2010) بدراسة تضمنت تقديم الحسابات التقريبية لتقدير معلمات التوزيع المفترض والذي يتضمن متغير يشتمل مجموع ة متغيرات متعددة ومستقله كل واحد منها يمتلك توزيع اللوغاريتم الطبيعي.

أما فيما يخص دراستنا الحالية فقد تضمنت تقديم التوزيع المفترض (التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي) بالاضافة الى تحديد اهم الخواص التي يمتلكها هذا التوزيع كذلك تضمنت الدراس ة تقديم طرق التقدير (MLE,MOM,JaMLE,JaMOM) مع تقديم عمليات المحاكاة للتوزيع ولعينات باحجام (25,50,100) وبمعلمات محددة شملت القيم (0.5,1,1.5) بالنسبة للمعلمة الاولى (μ) و (0.25,0.50,0.75) للمعلمة الثاني ة (σ) مع تكرار عمليات التقدير لضمان الاستقراريه في النتائج.

وقد بينت النتائج امتلاك طريقة التقدير (JaMLE) الارجحيه الاكبر من بين الطرق المستخدمة في التقدير من خلال جميع التوافيق الممكنة وبنسبة (48) بالمئه بالنسبه للمعلمة الاولى في حين كانت النتائج للمعلمه الثانيه ولنفس الطريقه هي الاكبر وبما نسبته (63) بالمئه وهذا مايعكس الاستقراريه العاليه لهذه الطريقه في تقديم مقدرات تتميز كونها اقرب ماتكون الى معلمات التوزيع الحقيقيه ، كما تضمنت الدراسه توصيات اهمها: امكانية استخدام طرق تقدير اخرى مثل بيز (bayes) وشرنكيج (shrinkage) للمقارنه من خلال استخدام حجوم عينات اخرى واقيام معلمات اضافيه واستخراج الاسلوب الافضل.

2-الاهمية والهدف (Importance and objective)

تزايد الاهتمام بتطوير وتحديث اساليب وطرق التقدير (estimation) لمعلمات التوزيعات الاحتماليه (probabilistic distribution) مع تزايد الاهتمام بالسلوك الذي يمكن ان تمتلكه متغيرات الدراسه بالاضافه الى تنوع الدوال والتوزيعات التي يمكن ان تقدم.

ويعد توزيع اللوغاريتم الطبيعي من التوزيعات المهمه ويمتلك امكانية التطبيق على العديد من المتغيرات والبيانات الناتجه من مختلف التجارب البحثيه.

وتهدف الدراسه الى محاولة تقديم اهم الخواص والصفات التي يمتلكها توزيع اللوغاريتم الطبيعي بالاضافه الى تقديم مجموعه من طرق التقدير للمعلمات التي يتضمنها هذا التوزيع تمهيدا للمقارنه فيما بين طرق التقدير من خلال مجموعه من العينات باستخدام اساليب مونتي كارلو (Monty Carlo) في المحاكاة (simulation).

كما وتهدف الدراسة الى التعرف على مدى استقرار طرق التقدير المستخدمه من خلال تغير حجم العينه مع تغير اقيام المعلمات الخاصة بتوزيع لوغاريتم الطبيعي.

3- التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي (log-normal distribution)[4]

يتميز هذا التوزيع بعلاقته الوثيقه بواحد من اهم التوزيعات الاحصائيه واوسعها انتشارا وهو التوزيع الطبيعي (normal distribution) ويمكن توضيح العلاقه بالشكل التالي:

اذا كان X متغير عشوائي يمتلك التوزيع الطبيعي بمعلمات ($X\sim N(\mu,\sigma^2)$) فان Y متغير عشوائي يمتلك توزيع اللوغاريتم الطبيعي بنفس المعالم، بحيث ان:

$$Y = e^X$$

علما بان المعالم الجديده لاتمثل الوسط والتباين للمتغير y.

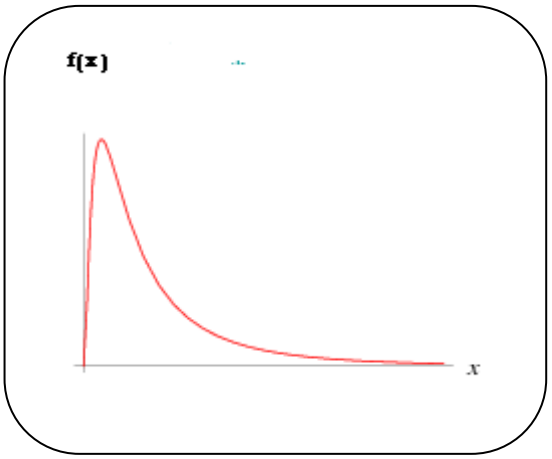
ويمتلك توزيع اللوغاريتم الطبيعي دالة كثافة الاحتمال التاليه:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}\,x}e^{-(\ln(x)-\mu)^2/2\sigma^2} \quad .....(1)$$

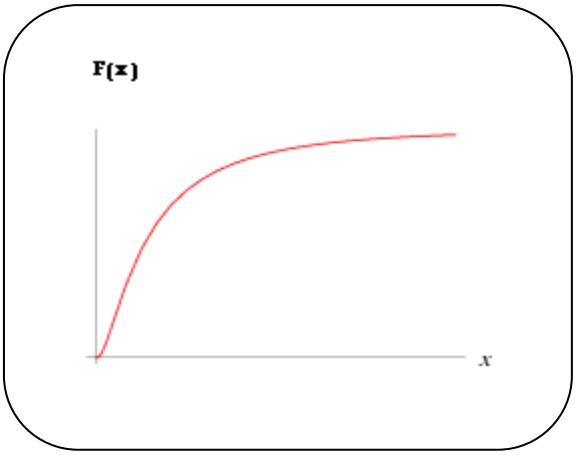
$0\le x\le\infty$, $-\infty\le\mu\le\infty$, $\sigma\succ 0$ والدالة التجميعية (c.d.f):

$$F(x)=\frac{1}{2}\left[1+erf\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right]$$

والاشكال التاليه (1,2) تبين المخططات الخاصه بالدوال السابقه الذكر:



شكل رقم (1): يوضح الشكل الذي تاخذه دالة كثافة الاحتمال (pdf) والعائده للتوزيع (log-normal).



شكل رقم (2): يوضح الشكل الذي تاخذه الدالة التجميعيه (cdf) والعائده للتوزيع (log-normal).

4- طرق التقدير (Estimation methods)

هنالك مجموعة من الطرق التي يمكن اعتمادها لاجراء عمليات التقدير لمعلمات التوزيع المفترض منها:

(1) طريقة الامكان الاعظم (Maximum (mle)) (Likelihood Estimation)[9,10]

تعتمد هذه الطريق ة على دالة كثافة الاحتمال $f(x_i)$ المعرفه في العلاقة (1) وايجاد دالة الامكان الاعظم وأخذ اللوغاريتم لها نحصل على العلاقة التالية:

$$\ln(\Lambda)=-n\ln(\sigma)-\frac{n}{2}\ln(2\pi)-\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)-\sum_{i=1}^{n}(\ln(x_i)-\mu)^2/2\sigma^2 \quad .....(2)$$

وباخذ المشتقات الجزئية للعلاقه (2) لكل من μ و σ ومساواتها للصفر نحصل على تقديرات الامكان الاعظم لهما بالصيغ التالية:

$$\hat{\mu}mle=\frac{\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)}{n} \quad .....(3)$$

$$\hat{\sigma}mle=\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(\ln x_i-\hat{\mu})^2}{n}\right]^{1l2} \quad .....(4)$$

(2) طريقة العزوم (Moment method (mom))[5,7,9]

تعتمد هذه الطريقة على العزوم الخاصه بالتوزيع المفترض وكالاتي :

$$E(x)=e^{sm+\frac{1}{2}s^2\sigma^2} \quad .....(5)$$

وبالتعويض عن قيمة (s) في العلاقه (5) القيمه (1) و(2) ينتج:

$$m1 = E(x) = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \quad \text{.....(6)}$$

$$m2 = E(x) = e^{2\mu + \frac{1}{2}2^2\sigma^2} \quad \text{.....(7)}$$

وبحل المعادلتين (6) و (7) نحصل على تقديرات المعالم كما مبينة ادناة:

$$\hat{\sigma}\ mom = \left[\ln\left(m_2 \big/ m_1^2 \right) \right]^{1/2} \quad \text{.....(8)}$$

$$\hat{\mu}\ mom = \frac{4\ln m_1 - \ln m_2}{2} \quad \text{.....(9)}$$

(3) طريقة جكنايف[1,5,10,11] (Jackknife method (J))

تعتمد هذه الطريقه على المقدرات المستخرجه وفق الطرق السابقه بحيث ان المقدر الجديد يعتمد في حساباته على الخطوات التاليه:

1- توليد عينة من التوزيع المدروس (توزيع اللوغاريتم الطبيعي في هذه الحاله) وبحجم (n).

$$X_n^t = [x_1, x_2, ..., x_n]$$

حيث ان (X_n^t) يمثل مبدلة موجه البيانات.

2- تشكيل منظومة عينات جزئيه تشتمل على حذف مفرده واحده في كل مرة لتشكيل عينه جزئيه بحجم (n – 1)

$$W_{n-1\times n} = \begin{bmatrix} x_2 & x_1 & \cdots & x_1 \\ x_3 & x_3 & \cdots & x_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n & x_n & \cdots & x_{n-1} \end{bmatrix}$$

حيث ان ($W_{n-1\times n}$) تمثل مصفوفة العينات الجزئيه.

3- حساب مقدرات المعلمه المطلوبة على وفق واحد ة من اساليب التقدير السابقة (MLE, MOM)

$$\hat{\theta}_n^t = [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, ..., \hat{\theta}_n]$$

حيث ان ($\hat{\theta}_n^t$) يمثل موجة المقدرات المستخرج على وفق الخطوه (3) وباعتماد العينات الجزئية في الخطوه رقم (2).

4- حساب متوسط المقدرات المستخرجه وحسب الخطوه (3)

$$me = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\theta}_i}{n}$$

5- استخراج المقدر للمعلمه وفق هذه الطريق ة بالاعتماد على الصيغه التالية:

$$\hat{\theta}_j = n\hat{\theta} - (n-1)\,me \quad \text{.....(10)}$$

حيث ان:

($\hat{\theta}_j$) يمثل مقدر معلمة التوزيع المفترض وفق طريقة جكنايف.

($\hat{\theta}$) يمثل مقدر معلمة التوزيع المفترض وفق واحده من طرق التقدير السابقة الذكر.

(me) يمثل متوسط المقدرات المستخرج على وفق الخطوة (4).

5- اختيار الطريقة الافضل

هنالك العديد من المقاييس التي يمكن اعتمادها للمفاضله فيما بين طرق التقدير المختلفه ولعل اشهرها مقياس متوسط مربعات الخطا (MSE) والذي يحتسب وفق الصيغه التاليه (9):

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{\theta} - \theta)^2}{n} \quad \text{.....(11)}$$

حيث ان:

$\hat{\theta}$ تمثل مقدرات معلمة التوزيع وحسب طريقة التقدير.

θتمثل معلمة التوزيع الحقيقيه.

n يمثل عدد التكرارات (عدد مرات التقدير).

6- محاكـــــاة التوزيـــــع المفتـــــــــــرض (Simulation of Proposed Distribution)

تم في هذه الدراس ة محاكاة عينات مختلفة الاحجام وبمعالم محدده وذلك بالاعتماد على دراسة مونتي كارلو في هذا المجال وفق الخطوات التاليه:

(1) توليد عينة (Z) بحجم (n) تتوزع التوزيع الطبيعي القياسي.

$z_i \sim N(0, 1)$

(2) توليد عينه (x) بحجم (n) تتوزع توزيع لوغاريتم الطبيعي بمعالم (μ,σ) بالاعتماد على الصيغه التاليه:

$$x_i = e^{\mu + \sigma z_i} \quad \text{.....(12)}$$

7- النتائج التطبيقية (application result)

تم في هذه الدراسة اجراء عمليات توليد عينات عشوائيه باحجام مختلفة تمتلك التوزيع المفترض باعتماد الصيغة (1) وبمعالم مفترضه ومختلفة وكالاتي:

$n = (25,50, 100)$, $\mu = (0.5, 1, 1.5)$,
$\sigma = (0.25, 0.5, 0.75)$

وتم اعتماد الصيغ (3,4,8,9,10) الخاصه باحتساب مقدرات المعلمات المختلفة وفقا للطرق المختلفه والحصول على نتائج المقدرات الخاصه بكل معلمة بالاضافه الى متوسط مربعات الخطا العائد لعملية التقدير وحسب (حجم العينة، قيم المعلمات المستخدمه في المحاكاة و طرق التقدير المستخدمة).

وقد تم اجراء عمليات المحاكاه والتقدير واستخراج متوسط مربعات الخطا لمختلف الطرق باعتماد برنامج تم كتابتـه باعتمـاد احـدى لغـات البرمجـه المرئيـة (*visual basic 6*).

وقد تم وضع النتائج الخاصة بالمحاكاه لعمليات التقدير المختلفه للمعلمه الاولى (μ) في الجداول (*1,2,3*) في حين تضمنت الجداول (*4,5,6*) النتائج الخاصة بالمحاكاة لعمليات التقدير للمعلمه الثانية (σ).

ومن ملاحظة النتائج الخاصة بمتوسط مربعات الخطا المرافق للمعلمه الاولى وحسب القيم المدخلة نلاحظ حصول طريقة جكنايف للامكان الاعظم (*JaMLE*) على الافضلية الاكبر وبنسبة (48) بالمئه من مجمل التوافيق الممكنة السبعه والعشرين في حين مثلت طريقة الامكان الاعظم (*MLE*) الافضلية بما نسبته (37) بالمئة.

جدول رقم (1)

يبين مقدرات المعلمه الاولى (μ) ومتوسط مربعات الخطا العائد لها باعتماد حجم (25).

معلمات التوزيع		المقدرات				متوسط مربعات الخطا				
μ	σ	*MLE*	*MOM*	*JMLE*	*JMOM*	*MLE*	*MOM*	*JaMLE*	*JaMOM*	*BEST*
0.5	*0.25*	0.503524	0.505479	0.49121	0.566398	2.39E-03	2.65E-03	1.76E-03	6.53E-03	*JaMLE*
	0.50	0.504783	0.510776	0.514229	0.659689	1.01E-02	1.04E-02	1.17E-02	3.99E-02	MLE
	0.75	0.482279	0.489441	0.524583	0.729297	2.58E-02	2.60E-02	2.24E-02	0.077948	*JaMLE*
1	*0.25*	0.989097	0.992073	1.002226	1.107331	3.08E-03	3.13E-03	1.85E-03	1.40E-02	*JaMLE*
	0.50	1.008068	1.013422	1.039219	1.198863	1.07E-02	1.14E-02	1.51E-02	5.46E-02	MLE
	0.75	0.982155	0.990118	0.992323	1.221875	2.71E-02	2.62E-02	1.97E-02	7.31E-02	*JaMLE*
1.5	*0.25*	1.50321	1.506614	1.481705	1.627291	2.68E-03	2.84E-03	2.23E-03	1.87E-02	*JaMLE*
	0.50	1.490311	1.495697	1.513242	1.696823	1.04E-02	1.03E-02	1.66E-02	5.89E-02	MOM
	0.75	1.500916	1.510021	1.465432	1.712588	2.83E-02	2.81E-02	0.023949	7.42E-02	*JaMLE*

جدول رقم (2)

يبين مقدرات المعلمه الاولى (μ) ومتوسط مربعات الخطا العائد لها باعتماد حجم (50).

معلمات التوزيع		المقدرات				متوسط مربعات الخطا				
μ	σ	*MLE*	*MOM*	*JMLE*	*JMOM*	*MLE*	*MOM*	*JaMLE*	*JaMOM*	*BEST*
0.5	*0.25*	0.498455	0.499958	0.493617	0.569012	1.66E-03	1.75E-03	1.53E-03	6.61E-03	*JaMLE*
	0.50	0.492249	0.496303	0.481076	0.620328	5.93E-03	6.28E-03	6.52E-03	0.021841	MLE
	0.75	0.511167	0.517433	0.515751	0.730679	1.22E-02	1.23E-02	1.24E-02	6.69E-02	MLE
1	*0.25*	0.999661	1.001104	1.000624	1.08601	1.53E-03	1.63E-03	2.18E-03	9.94E-03	MLE
	0.50	0.99208	0.995339	0.977345	1.12287	6.14E-03	6.18E-03	3.78E-03	1.86E-02	*JaMLE*
	0.75	1.007455	1.0134	1.009513	1.226335	1.77E-02	1.85E-02	1.29E-02	6.63E-02	*JaMLE*
1.5	*0.25*	1.501624	1.502908	1.50528	1.614437	1.78E-03	1.92E-03	1.14E-03	1.44E-02	JaMOM
	0.50	1.499719	1.501168	1.483243	1.645111	5.02E-03	4.91E-03	5.25E-03	2.74E-02	MOM
	0.75	1.511272	1.514933	1.484809	1.712142	9.65E-03	9.70E-03	1.24E-02	5.96E-02	MLE

جدول رقم (3)

يبين مقدرات المعلمه الاولى (μ) ومتوسط مربعات الخطا العائد لها باعتماد حجم (100).

معلمات التوزيع		المقدرات				متوسط مربعات الخطا				
μ	σ	*MLE*	*MOM*	*JMLE*	*JMOM*	*MLE*	*MOM*	*JaMLE*	*JaMOM*	
0.5	*0.25*	0.501329	0.502651	0.498181	0.571373	7.42E-04	7.77E-04	6.94E-04	5.91E-03	*JaMLE*
	0.50	0.502758	0.502601	0.496822	0.643175	3.30E-03	3.23E-03	2.80E-03	2.39E-02	*JaMLE*
	0.75	0.50082	0.503934	0.488857	0.701504	5.94E-03	5.87E-03	6.83E-03	0.04861	MOM
1	*0.25*	1.002213	1.003291	0.996874	1.075241	9.39E-04	9.56E-04	9.03E-04	6.69E-03	*JaMLE*
	0.50	1.001709	1.004369	1.011658	1.162698	2.36E-03	2.44E-03	3.07E-03	2.99E-02	MLE
	0.75	0.996823	0.999037	0.994212	1.2151	4.91E-03	5.36E-03	5.95E-03	5.28E-02	MLE
1.5	*0.25*	1.504114	1.504944	1.4995	1.590033	6.65E-04	6.84E-04	8.85E-04	9.25E-03	MLE
	0.50	1.501469	1.502462	1.516908	1.673061	3.46E-03	3.73E-03	1.85E-03	3.16E-02	*JaMLE*
	0.75	1.473796	1.474912	1.475733	1.699132	6.55E-03	7.03E-03	8.48E-03	4.94E-02	MLE

جدول رقم (4)

يبين مقدرات المعلمه الثانيه (σ) ومتوسط مربعات الخطا العائد لها باعتماد حجم(25).

معلمات التوزيع		المقدرات				متوسط مربعات الخطا				
μ	σ	*MLE*	*MOM*	*JMLE*	*JMOM*	*MLE*	*MOM*	*JMLE*	*JMOM*	*BEST*
0.5	*0.25*	0.245676	0.242296	0.233524	0.10322	2.04E-03	2.48E-03	2.49E-03	2.25E-02	MLE
	0.50	0.502184	0.491812	0.515291	0.263202	6.76E-03	8.32E-03	6.03E-03	0.059089	*JaMLE*
	0.75	0.766381	0.753991	0.724803	0.370024	2.26E-02	2.89E-02	1.85E-02	0.15151	*JaMLE*
1	*0.25*	0.242669	0.237518	0.254581	0.072424	1.93E-03	2.19E-03	1.48E-03	3.29E-02	*JaMLE*
	0.50	0.490971	0.481708	0.506022	0.22935	5.70E-03	7.48E-03	8.63E-03	7.83E-02	MLE
	0.75	0.72503	0.711251	0.775949	0.378122	1.75E-02	2.26E-02	1.75E-02	0.144525	MLE
1.5	*0.25*	0.246914	0.24102	0.23653	-1.58E-02	1.86E-03	2.21E-03	1.45E-03	7.32E-02	*JaMLE*
	0.50	0.503164	0.493844	0.50707	0.188911	9.93E-03	1.18E-02	9.26E-03	0.101701	*JaMLE*
	0.75	0.751201	0.735443	0.773707	0.345369	2.51E-02	3.20E-02	2.20E-02	0.171045	*JaMLE*

جدول رقم (5)

يبين مقدرات المعلمه الثانيه (σ) ومتوسط مربعات الخطا العائد لها باعتماد حجم(50).

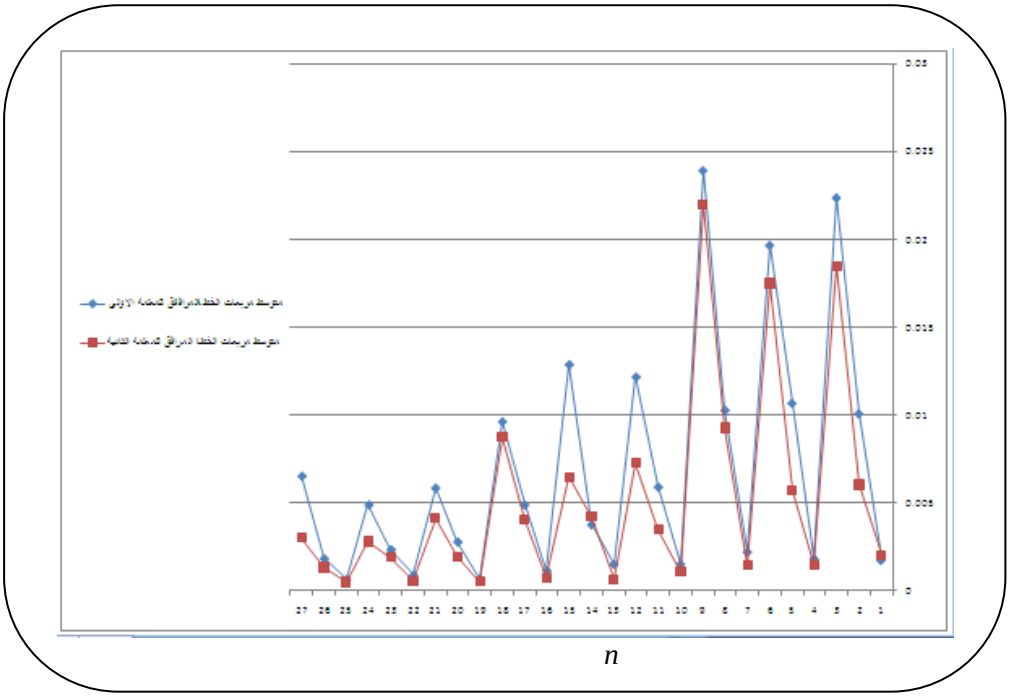
معلمات التوزيع		المقدرات				متوسط مربعات الخطا				
μ	σ	*MLE*	*MOM*	*JMLE*	*JMOM*	*MLE*	*MOM*	*JaMLE*	*JaMOM*	*BEST*
0.5	*0.25*	0.25124	0.248643	0.253072	0.122409	1.08E-03	1.27E-03	1.27E-03	1.69E-02	MLE
	0.50	0.487712	0.480701	0.479895	0.238564	4.04E-03	5.50E-03	3.47E-03	0.069288	*JaMLE*
	0.75	0.761966	0.751128	0.747992	0.375511	8.98E-03	1.16E-02	7.26E-03	0.142313	*JaMLE*
1	*0.25*	0.252737	0.250243	0.242017	9.40E-02	1.22E-03	1.50E-03	6.56E-04	2.47E-02	JaMLE
	0.50	0.506198	0.500564	0.481039	0.228837	4.32E-03	5.12E-03	4.22E-03	7.53E-02	*JaMLE*
	0.75	0.751021	0.740739	0.740304	0.364539	1.26E-02	1.59E-02	6.48E-03	0.151253	*JaMLE*
1.5	*0.25*	0.253453	0.251236	0.243508	5.43E-02	7.91E-04	1.08E-03	7.32E-04	3.88E-02	*JaMLE*
	0.50	0.500153	0.497656	0.507979	0.227452	4.02E-03	5.75E-03	5.77E-03	7.67E-02	MLE
	0.75	0.754446	0.748123	0.745305	0.351323	9.37E-03	1.11E-02	8.74E-03	0.162182	*JaMLE*

جدول رقم (6)

يبين مقدرات المعلمه الثانيه (σ) ومتوسط مربعات الخطا العائد لها باعتماد حجم(100).

معلمات التوزيع		المقدرات				متوسط مربعات الخطا				
μ	σ	*MLE*	*MOM*	*JMLE*	*JMOM*	*MLE*	*MOM*	*JaMLE*	*JaMOM*	*BEST*
0.5	*0.25*	0.248368	0.246085	0.250898	0.124053	4.99E-04	6.59E-04	5.20E-04	1.61E-02	MLE
	0.50	0.496946	0.497233	0.504601	0.250964	1.97E-03	2.87E-03	1.93E-03	6.26E-02	*JaMLE*
	0.75	0.748631	0.743255	0.748602	0.380075	4.60E-03	5.33E-03	4.13E-03	0.138635	*JaMLE*
1	*0.25*	0.252273	0.250413	0.239419	0.103603	5.39E-04	7.60E-04	6.60E-04	2.17E-02	MLE
	0.50	0.5014	0.496804	0.509352	0.247591	1.90E-03	2.65E-03	1.99E-03	6.43E-02	*MLE*
	0.75	0.744301	0.740487	0.757098	0.374287	4.85E-03	6.49E-03	2.79E-03	0.142506	*JaMLE*
1.5	*0.25*	0.249163	0.247732	0.253992	9.71E-02	4.90E-04	0.000619	8.98E-04	2.38E-02	MLE
	0.50	0.503238	0.501532	0.507467	0.236844	1.85E-03	2.44E-03	1.32E-03	6.98E-02	*JaMLE*
	0.75	0.765856	0.763945	0.760471	0.373307	3.02E-03	4.03E-03	5.35E-03	0.143652	*MLE*

والشكل (*3*) يوضح عدم تاثر طريقة التقدير بالمعلمة سواء كانت المعلمه الاولى او الثانيه بحيث ان قيمها كانت متقاربه على طول التوافيق الخاصه بالتنفيذ.



شكل رقم (3) طريقة التقدير الافضل بالاعتماد على متوسط المربعات الاقل وللمقدرات الاول والثاني

8- الاستنتاجات والتوصيات (Conclusion and Suggestion)

اظهرت نتائج المحاكاه الخاص ة بالدراسة والتي تم تنفيذها بالاعتماد على توزيع لوغاريتم الطبيعي التقارب بين نتائج طرق التقدير على العموم مع تميز طريقة (JaMLE) بالارجحية الاكبر من بين الطرق المستخدمة في التقدير من خلال جميع التوافيق الممكنة وبنسبة (*48*) بالمئة للمعلمة الاولى (μ) في حين كانت النتائج للمعلمة الثانية (σ) ولنفس الطريقة هي الاكبر وبما نسبتة (*63*) بالمئة وذلك من خلال أقل متوسط مربعات رافق هذة الطريقة في معظم عمليات التقدير, وهذا مايعكس ألاستقرارية العالية لهذة الطريقة في تقديم مقدرات تتميز كونها أقرب ماتكون الى معلمات التوزيع الحقيقية. كما بينت نتائج الدراسه تحسن عمليات التقدير مع زيادة حجوم العينات على الاغلب.

وقد بينت الدراسه امكانية تقديم عددا من التوصيات اهمها:

امكانية استخدام طرق تقدير اخرى مثل بيز (Bayes) وشرنكيج (Shrinkage) للمقارنه كما ويمكن استخدام حجوم عينات اخرى واقيام معلمات اضافيه لغرض المقارنه واستخراج الاسلوب الافضل من خلال استخدام البيانات التطبيقية بالاستفاده من نتائج المحاكا ة وحسب حجم العينه المستخدم. كما ويمكن استخدام نفس طرق التقدير على اكثر من توزيع لغرض المقارنه بالنتائج.

9- المصادر (References)

[1] Abdi, H.&William, L.J., "Jackknife", Enclopedia of research design, Thousand Oaks, CA: Sage 2010.

[2] C. Tellambura, and D. Senaratne *"Accurate Computation of the MGF of the Lognormal Distribution and its Application to Sum of Lognormals"* IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS, VOL. 58, NO. 5, MAY 2010, pp. 1568-1577.

[3] Chadi Abou-Rjeily and Mario Bkassiny *"On the Achievable Diversity Orders over Non-Severely Faded Lognormal Channels"* IEEE COMMUNICATIONS LETTERS, VOL. 14, NO. 8, AUGUST 2010, pp. 695-697.

[4] Dmitry Ostrovsky *"On the Limit* Lognormal *and Other Limit Log-Infinitely Divisible Laws"* J Stat Phys (2010) 138: 890–911. DOI 10.1007/s10955-009-9893-z,pp.890-911.

[5] Kirk, M. Wolter, "Introduction to variance estimation".2nd edition (2007), Springer Science +Business Media, LLC, 233 Spring Street, New York, pp 151-193.

methods different access capabilities close to the parameters of the distribution is assumed as the results show possession of the estimation.

The method (JaMLE) odds the biggest and by (48) percent for the first parameter(μ) while the results for the second parameter (σ) in the same way is the biggest by (63) percent, and this came high stability this method is characterized in providing the capabilities of being the closest to the true distribution parameters values.

We may use other methods to estimate parameters distribution, such as (bayes, shrinkage), another size of samples and additional parameters values for the purpose of comparison to extract the best tactic.

[6] K. Tassis1, D. A. Christie2, A. Urban1, J. L. Pineda1, T. Ch. Mouschovias2, H. W. Yorke1, H. Martel3, 4 *"Do Lognormal Column-Density Distributions in Molecular Clouds Imply Supersonic Turbulence?"* Mon. Not. R. Astron. Soc. 000, 000–000 (0000) Printed 16 June 2010, pp.1-6.

[7] Sarabjot Singh, Neelesh B. Mehta, Andreas F. Molisch and Abhijit Mukhopadhyay*" Moment-Matched Lognormal Modeling of Uplink Interference with Power Control and Cell Selection*" IEEE TRANSACTIONS ON WIRELESS COMMUNICATIONS, VOL. 9, NO. 3, MARCH 2010, pp.932-938.

[8] T. G. Orton R. M. Lark *"The* Bayesian *maximum entropy method for lognormal variables"* Stoch Environ Res Risk Assess (2009) 23:319–328. DOI 10.1007/s00477-008-0217-7,pp.319-328.

مواقع الشبكة الدولية (*internet website*)

[9] http://en.wikipedia.org/wiki/Log-normal_distribution#Probability_density.

[10]http://psychology.wikia.com/wiki/Logarithm.

[11]http://www.engineeredsoftware.com/nasa/dist_basic.htm.

Abstract

The statistical distributions possessed and still possesses the growing importance of the applied statistics and the diversity of distribution that can be owned is the log-normal which has important relation with one of the most important statistical distributions, a normal distribution characterized by the logarithmic normal distribution which represent many experiments especially in the fields of engineering, physics and agricultural.

The aim of this study is to find the best method for estimating the distribution parameters, where different sample sizes and values of the parameters are generated by simulation with repetition in order to reach to the best estimation method stability.

In the present study four ways of estimation are chosen, namely {Maximum likelihood estimation (MLE), Moment method (MOM), Jackknife Maximum likelihood estimation (JaMLE) and Jackknife Moment method (JaMOM)} and applied to the study data has shown results the ability of estimation